

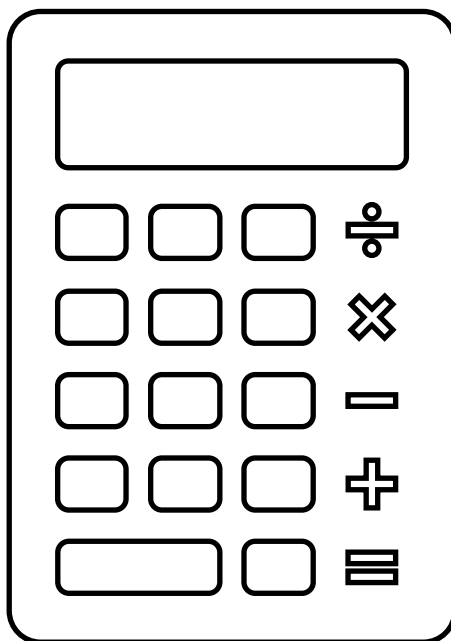
GUIÃO DE APRENDIZAGEM

MATEMÁTICA A

FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL - 11.º ANO

A FAMÍLIA DE FUNÇÕES RACIONAIS

$$f(x) = a + \frac{b}{x - c}$$





GUIÃO DE APRENDIZAGEM

A FAMÍLIA DE FUNÇÕES RACIONAIS

Determina as assíntotas ao gráfico de uma função racional do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$?

Aprendizagens Essenciais

Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções racionais definidas em $\mathbb{R} \setminus \{c\}$ do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ referindo o conceito intuitivo de assíntota e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação.

Introdução

Nesta atividade vais aprender a determinar assíntotas e a representar graficamente de funções racionais definidas em $\mathbb{R} \setminus \{c\}$ por $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$.

Deves organizar o teu tempo, através p.e. da elaboração de um cronograma ajustado ao tempo de treino/competição, para conseguir realizar as atividades propostas.

No final deste guião tens um pequeno quadro onde é feita uma sugestão de organização de trabalho para as aulas assíncronas e para a aula síncrona.

Atividades de Aprendizagem

Neste espaço são apresentadas a sequência de atividades que deves executar no decorrer deste guião para consolidar a aprendizagem em estudo.



🔊 Atividade 1

Estudar as assíntotas das funções racionais do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, a partir da visualização atenta do [Tutorial 1](#) e da leitura das páginas 76 a 79 do manual.

Assíntotas ao gráfico da função $f(x) = 2 + \frac{1}{x+3}$.

O domínio da função $\mathbb{R} \setminus \{-3\} =]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$

- **Assíntotas verticais**

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} \left(2 + \frac{1}{x+3} \right) = 2 + \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} \left(2 + \frac{1}{x+3} \right) = 2 + \frac{1}{0^+} = +\infty$$

A reta de equação $x = -3$ é uma assíntota vertical ao gráfico de f

- **Assíntotas horizontais**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(2 + \frac{1}{x+3} \right) = 2 + \frac{1}{\infty}$$

No final do estudo apresenta uma pequena síntese, em áudio, sobre as assíntotas das funções racionais que estudaste.

🔊 Atividade 2

Resolve, apresentando no espaço seguinte, o exercício 102 da página 77 e o exercício 114 da página 81 do manual.

Nota: caso não tenhas caneta digital, apresenta a fotografia da folha com a resolução dos exercícios

🔊 Atividade 3

Visualiza atentamente o vídeo seguinte da plataforma Explicamat e indica as estratégias para determinar as assíntotas das funções.



Teoria

Funções reais de variável real - f.r.v.r.

explicamat

função racional – Domínio e assintotas

$$f: D_f \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R}: Q(x) \neq 0\}$$

Função homográfica:

$$f: D_f \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

não constante e $c \neq 0$

1.º) determinar domínio da função. $D_f = \{x \in \mathbb{R}: Q(x) \neq 0\}$ 2.º) verificar se existem zeros em comum no numerador e denominador.
caso existam zeros em comum é possível simplificar a expressão analítica

3.º) concluir relativamente a assintotas.

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m}, \text{ com } a_0 \neq 0 \text{ e } b_0 \neq 0$$

se $P(x)$ e $Q(x)$ não têm zeros em comum:

Assintotas horizontais (a.h.)

Assintotas verticais (a.v.)

>> $x = k$ é a.v. $k \rightarrow$ valores que anulam o denominador

Atividade 4

Estuda as propriedades e representar graficamente funções do tipo

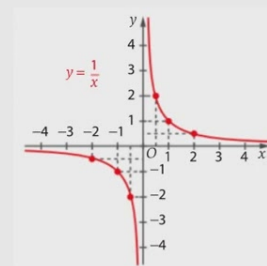
$$f(x) = a + \frac{b}{x-c}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ a partir do estudo da função } y = \frac{1}{x}, \text{ 1. a partir da}$$

visualização atenta do [Tutorial 2](#).

Representação gráfica das funções racionais definidas em $\mathbb{R} \setminus \{c\}$ por $g(x) = a + \frac{b}{x-c}$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$

✓ Função definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ por $f(x) = \frac{1}{x}$.

- Representação gráfica : o gráfico de f designa-se por hipérbole.
- $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $D'_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- f é contínua por se tratar de uma função racional.
- f é decrescente em \mathbb{R}^- e em \mathbb{R}^+ .
- Assintota vertical: a reta de equação $x = 0$ é a única assintota vertical ao gráfico de f .
- Assintota horizontal: a reta de equação $y = 0$ é a única assintota





📌 Atividade 5

Resolve, apresentando no espaço seguinte, o exercício 113 da página 80 e o exercício 116 da página 81 do manual.

Nota: caso não tenhas caneta digital, apresenta a fotografia da folha com a resolução dos exercícios

✅ Atividade Final

Após teres concluído as atividades anteriores estás preparado para executar o formulário:

Assíntotas ao Gráfico de uma Função Racional



Anexo

Caso não consigam aceder ao questionário, efetuado na plataforma Google Forms, descrito na atividade final, deixo aqui as questões do mesmo para poderem construir o questionário na plataforma da vossa escola.

Questão1

Considera a função racional g definida por $g(x) = \frac{3x-7}{x-2}$.
Indica o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

 Opção 1

 Opção 2

 Opção 3

 Opção 4

Questão2

Seja f uma função racional e seja g a função definida por $g(x) = -f(x-1)$.
O gráfico de f tem exatamente duas assíntotas de equações $x=3$ e $y=2$.
As assíntotas ao gráfico da função g têm equações:

 Opção 1

 Opção 2

 Opção 3

 Opção 4

Questão3

Uma função racional f é definida por uma expressão da forma $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ ($b \neq 0$).
As assíntotas ao gráfico de f têm equações $x=1$ e $y=-1$.
Quais são os valores de a e de c ?

 Opção 1

 Opção 2

 Opção 3

 Opção 4

Questão4

Na figura ao lado, está representada graficamente uma função racional f definida por uma expressão da forma $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ ($b \neq 0$).
As assíntotas ao gráfico de f têm equações $x=0$ e $y=0$.
Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$?



 Opção 1

 Opção 2

 Opção 3

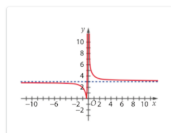
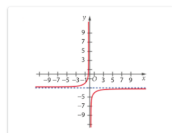
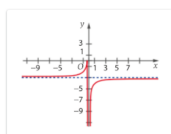
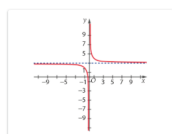
 Opção 4

Questão5

Seja g uma função racional definida por uma expressão da forma $g(x) = a + \frac{b}{x-c}$ ($b \neq 0$).
Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -3$
- a reta de equação $x=0$ é a assíntota vertical ao gráfico de g ;
- a função g é crescente.

Em qual das opções seguintes está representada a função definida por $|g(x)|$?


 Opção 1

 Opção 2

 Opção 3

 Opção 4

Questão 6

Numa fábrica, o custo C da produção por peça é dado por $C(x) = \frac{16x}{x+4}$ (em dezenas de euros) em que x representa o número de peças produzidas.

- Indica o domínio da função custo, tendo em atenção o contexto do problema.
- Indica o $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x)$ e faz a interpretação do mesmo no contexto do problema.

[Adicionar ficheiro](#)